セラミック構造体の強度評価法について

セラミックスは金属材料と比較して、多くの優れた特徴を有している。資源の乏しい我が国ではセラミッ クスの機械・構造用材料への適用が期待され、過去に旧通商産業省(現経済産業省)がセラミックスに関 する数件の研究開発プロジェクトを主導した。

脆性材料であるセラミックスの強度評価手法は鉄鋼材料のそれと比べて異質なものである。この強度評価手法について解説した後、先に、独立行政法人日本原子力研究開発機構が実施した「セラミック構造体の破壊試験」の評価に適用した事例について紹介する。

キーワード:セラミックス、破壊強度、ワイブル統計、最弱環理論、有効体積

1. はじめに

セラミックスは金属材料と比較して、耐熱性、 耐食性、耐摩耗性に優れている上に、軽量である。 資源の乏しい我が国ではセラミックスの機械・構 造用材料への適用が期待され、昭和56年から平 成11年までの間、旧通商産業省(現経済産業省) が「ファインセラミックスの研究開発」、「セラミッ クガスタービンの研究開発」などのプロジェクト を主導してきた。これらのプロジェクトには多く の民間企業と国立試験研究機関が参加した。IHI は企業側の主導的な立場で本研究開発に参加し、 脆性材料であるセラミックスを構造用材料として 適用する際の強度評価手法の開発など多くの研究 成果を残した。^{(1)~(8)}

この強度評価手法は鉄鋼などの延性材料のそれ に比べて異質なものであり、本稿ではこれについ て解説した後、先に、独立行政法人日本原子力 研究開発機構(以下JAEAと略す)が実施した「セ ラミック構造体の破壊試験」の評価に適用した事 例について紹介する。IICは、この試験の実施と その評価を担当した。

2. ワイブル分布と最弱環理論による強度評価⁽²⁾⁽⁴⁾

ワイブル分布は、物体の体積と強度との関係を 定量的に記述するための確率分布としてスウェー

* 技師長 博士(工学)、技術士(機械部門)、環境計量士(騒音・振動関係)、一般計量士
 ** 独立行政法人 日本原子力研究開発機構 原子力水素・熱利用研究センター

- 水素サプライチェーン研究開発グループ 博士 (工学)
- *** 計測事業部 計測技術部 次長

— 11 —

デンの物理学者 W. Weibull により 1939 年に提案 された。一般には、鎖を引っ張る場合において最 も弱い輪が破壊することにより鎖全体が破壊した とする理論(最弱環理論: Weakest link theory)と して理解されている。

ワイブル分布は確率分布関数(累積破壊確率) Pまたは確率密度関数Fで表現される。xを変数 とすれば、2母数ワイブル分布の確率分布関数P は次式で与えられる。

$$P = 1 - e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m} \tag{1}$$

ただし、 η :尺度パラメータ、m:形状パラメー タ (ワイブル係数)

確率密度関数 F は(1) 式を微分したものであり、 (2) 式で与えられる。

$$F = \frac{m}{\eta} \left(\frac{x}{\eta}\right)^{m-1} e^{-\left(\frac{x}{\eta}\right)^m}$$
(2)

Fはmの値により種々の形になる。m < 1の場 合は逆J字型曲線、m = 1で指数分布、1 < m < 3.6で分布が左側に片寄り、m = 3.6で釣鐘型の正規 分布、m > 3.6で右側に片寄った分布形になる。

粉体を焼結して製作するセラミックスの中には 種々の大きさの多数の欠陥が存在する。セラミッ クスの強度モデルを構築するにあたり、これらの 欠陥をクラックに置き換えて考える。なお、応力 場としては単軸応力場を考える。

大きさ *a* のクラックに応力σが作用したときの 応力拡大係数*K* は、*C* をクラックの形状係数と して、次式で与えられる。

$$K = C\sigma\sqrt{a} \tag{3}$$

セラミックスの破壊が線形破壊力学に従い、*K*の限界値を*K*_cとして

 $K = K_c$ (4) を満足したときに生じると考える。 セラミックスは、上述の2 母数ワイブル分布に 従い、任意の一つのクラックにおいて(4)式が 満足されたときにセラミック部材全体が破壊する と考えれば、応力σのもとでのセラミック部材の 累積破壊確率Pは、部材中に(4)式を満足する大 きさ以上のクラックの存在確率に等しい。体積Vの セラミック部材中に大きさα以上のクラックの存 在する確率がm、a。およびVoを材料定数として

$$P = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{a_0}{a}\right)^{\frac{m}{2}} \frac{V}{V_0}\right\}$$
(5)

と書けるものとすれば、応力 σ のもとでの累積破 壊確率は

$$P = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \frac{V}{V_0}\right\}$$
(6)

と与えられる。ここで

$$\sigma_0 = \frac{K_c}{C\sqrt{a_0}} \tag{7}$$

である。(6)式はセラミックスの強度分布を表す 式として最も広く用いられる。ワイブル係数 m は強度のばらつき程度を表す指標であり、大きい ほどばらつきが小さくなる。(6)式や(5)式中 の材料定数は破壊実験の結果を(6)式にあては めることにより定められる。

具体的には、ワイブルプロットと呼ばれる以下 の手法で解析する。

(6) 式を変形して、2回対数をとると次式が得られる。

$$\ln\left(\ln\frac{1}{1-P}\right) = m\ln\sigma + \ln\left(\frac{V}{\sigma_0^m V_0}\right)$$
(8)
(8) 式から、X = hoに対してY = $\ln\left(\ln\frac{1}{1-P}\right)$ を

プロットすると直線になり、その傾きがワイブル 係数*m*となることがわかる。また、Y 切片が $\ln\left(\frac{V}{\sigma_0^m V_0}\right)$ となる。この解析作業にはワイブル確 率紙を使用すると便利である。

なお、Pはサンプル数:n個での実験結果から 下記のように対称試料累積分布法またはメディア ンランク法で計算するが、どちらを採用しても大 差はない。

対称試料累積分布法:
$$P = \frac{i - 0.5}{n}$$
 (9)
メディアンランク法: $P = \frac{i - 0.3}{n + 0.4}$ (10)

ここで、iは応力 σ 以下で破壊したサンプルの 累積数である。

サンプルを実験結果に基づいて破壊応力が低い ものから高いものの順に並べる。n = 10の場合、 (9)式を適用すると、最も低い応力で破壊したサ ンプル数はi = 1で、Pは 0.05 (5%)となる。2番 目に低い応力以下で破壊したサンプル数はi = 2で、Pは 0.15 (15%)となる。以下同様にして、 最も高い応力以下で破壊したサンプル数はi = 10で、Pは 0.95 (95%)となる。

参考までに、セラミックガスタービン用 Si₃N₄ (窒化ケイ素) 製ブレードの破壊試験結果をワイ ブルプロットした例を図1に示す⁽⁹⁾。スピンテス ターを用いて供試ブレード1枚と金属製ダミーブ レード1枚を装着した金属ディスクを供試ブレー ドが破壊するまで高速回転させ、その破壊回転数 と累積破壊確率をプロットしている。▲印は高圧 段ブレード(サンプル数:21個)で、●印は低 圧段ブレード(サンプル数20個)である。回転 によりブレード内に発生する遠心応力は回転数の 二乗に比例するので、横軸は破壊回転数の二乗で 表している。縦軸は累積破壊確率である。データ の傾き(m)は最小二乗法で直線近似している。 高圧段と低圧段のmは、ほぼ同じであることが わかる。

次に、(6)式が微小体積 dV に対しても成り立つ と考え、最弱環モデルを適用すれば、応力分布が



図1 セラミックブレードの破壊試験結果⁽⁹⁾

ある場合にも適用できる式として

$$P = 1 - \exp\left\{-\int \left(\frac{\sigma}{\sigma_0}\right)^m \frac{dV}{V_0}\right\}$$
(11)

が導かれる。

以上は応力存在下でのクラックの進展を無視し ているが、単軸応力場での即時破壊に対して適用 できる理論である。

実際のセラミック部品は一般に、多軸応力状態 であり、かつ、応力分布が存在するので、確率分 布関数Pは即時破壊条件においては(11)式を 拡張して

$$P = 1 - \exp\left\{-\int \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_0}\right)^m + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_0}\right)^m + \left(\frac{\sigma_3}{\sigma_0}\right)^m\right] \frac{dV}{V_0}\right\} (12)$$

と与えられる。ここで、 σ_1 、 σ_2 および σ_3 は3つの主応力である。

セラミックスの強度には体積依存性があり、一 般に大きいほど強度が低い。これを評価するため に有効体積と呼ばれる概念がある。(11) 式を部 材中の代表応力 σ_N を用いて書き改めると

$$P = 1 - \exp\left\{-\left(\frac{\sigma_N}{\sigma_0}\right)^m \frac{V_E}{V_0}\right\}$$
(13)

— 13 —

$$V_E = \int \left(\frac{\sigma}{\sigma_N}\right)^m dV \tag{14}$$

となる。(14) 式は体積の次元を持つ量で、有効 体積と呼ばれ、(13)式との比較で明らかなように、 体積 Vの部材の分布応力 σ のもとでの破壊確率 は、体積 V_E の部材の一様応力 σ_N でのそれと等し い。すなわち、任意の応力を受ける部材の強度は 有効体積 V_E の部材の引張り強度で評価されるこ とになる。

(13) 式より平均強度 <u>σ</u>_N を求めると

$$\overline{\sigma_{N}} = \sigma_{0} \Gamma \left(1 + \frac{1}{m}\right) \left(\frac{V_{0}}{V_{E}}\right)^{\frac{1}{m}} = \sigma_{0} \left(\frac{1}{m}!\right) \left(\frac{V_{0}}{V_{E}}\right)^{\frac{1}{m}} (15)$$

となる。ただし、Γはガンマ関数。したがって、 部材1と部材2の平均強度の比は

$$\frac{\overline{\sigma_{N2}}}{\overline{\sigma_{N1}}} = \left(\frac{V_{E1}}{V_{E2}}\right)^{\frac{1}{m}}$$
(16)

で与えられる。これが強度の体積効果を与える式 であり、実験結果と良く一致する。ここで注意す べきは、代表応力 σ_N の選び方により、(14)式で 表される V_E の値が変わってしまうことである。 通常は部材中の最大引張応力 σ_{max} を代表応力と して選ぶ。

3. ワイブル理論の適用例

3.1 概要

JAEAは1997年から高温ガス炉(HTTR)の熱(約 1000℃)と化学反応を利用した大規模水素製造法 である IS プロセス法の研究開発を推進中である。 本研究では、大型 SiC(炭化ケイ素)熱交換器を 用いた硫酸分解器の開発が必要とされている。こ の大型 SiC 熱交換器を設計する場合、SiC 構造体 の強度評価技術が不可欠である。そのため、熱交 換器伝熱管を模擬した SiC 小型配管モデルを試験 体とし、内圧を負荷する方法により発生する応力 (ひずみ)の測定と破壊試験を行った。IIC は本 試験の実施を担当した。この試験は、セラミック 構造体の応力測定法を検討することに主眼を置い ているため、破壊試験のサンプル数は2体と少な いが、その強度評価に前項で解説したワイブル理 論を適用した。

3.2 試験体の形状と物性値

図2にSiC配管モデルの形状を示す。表1に配管材料のSiC(常圧焼結炭化ケイ素)の物性値を示す。



図 2 SiC 配管モデル形状

表1 常圧焼結 SiC の物性値

密度 (g/cm ³)	3.1
曲げ強度 (MPa)*	490
ヤング率 (GPa)	430
ボアソン比	0.16
線膨張係数 $(\times 10^{-6} / K)^{*2}$	4.5
熱伝導率 $(W/(m \cdot K))$	160
破壊朝性 $(MPa \cdot m^{1/2})$	$3.5 \sim 4.5$

3.3 試験方法

図3に示すように、配管モデルに内圧を負荷 する方法を採用した。この方法によれば、内圧を 受ける厚肉円筒理論により発生する応力を容易に 解析できる。試験中は、図4に示すように、高 さ方向3箇所に貼り付けた5枚の2方向ひずみ ゲージ(円周方向と軸方向)により、ひずみ量を モニタリングした。

試験装置および計測システムの概要を図5に 示す。



図3 SiC 配管モデルの内圧負荷試験







図5 試験装置及び計測システムの概要

3.4 配管モデルの有効体積計算(10)



図6 内圧を受ける厚肉円筒

図6に示す厚肉円筒に内圧:*P₁*が作用するとき、 発生する円周方向応力:σ_tは

$$\sigma_t = \frac{r_1^2 P_1}{r_2^2 - r_1^2} \left(\frac{r_2^2}{r^2} + 1 \right)$$
(17)

最大円周方向応力: $(\sigma_t)_{max}$ は内周部に $(r = r_1)$ 生じ また、外周部の円周方向応力: (σ_t) r = r₂ は

$$(\sigma_{t})_{r=r_{2}} = \frac{2r_{1}^{2}}{r_{2}^{2} - r_{1}^{2}}P_{1}$$
(19)

有効体積: V_E は、(12)式より以下の式で表せる。

$$V_E = \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{\sigma_t}{(\sigma_t)_{\max}} \right]^m dV$$
 (20)

ここで、
$$dV=2\pi r dr \ell \geq (17)$$
、(18) 式を (20)

式に代入し、かつ、
$$a = \frac{r_1^2}{r_1^2 + r_2^2}, b = r_2^2 \ge a < \ge$$

 $V_E = \int_{r_1}^{r_2} \left[\frac{r_1^2}{r_1^2 + r_2^2} (\frac{r_2^2}{r^2} + 1) \right]^m 2\pi r \ell dr$
 $= 2\pi \ell a^m \int_{r_1}^{r_2} \left(1 + \frac{b}{r^2} \right)^m r dr$ (21)

配管モデルの形状は、 $r_1 = 10$ mm、 $r_2 = 15$ mm、 $\ell = 200$ mm、a = 0.308、b = 225 であるから、これ らを (22) 式に代入し、3.5 項に対応してm = 16と 8 のケースについて計算すると

- $m = 16 の場合、<math>V_E \doteq 6,576$ mm^{*} (配管モデル の体積の 8.4%)
- $m = 8 の場合、<math>V_E \approx 18,064 \text{ mm}$ (配管モデルの体積の 23.0%)

となる。V_Eは応力集中部まわりのある限られた

範囲の体積に関する積分と同等になる。応力集中 が著しいほど、また、mの値が大きいほど V_E の 値は相対的に小さくなる。

なお、このように V_E を容易に計算できるよう な事例は稀であり、多くの場合、部品形状や応力 分布が複雑なため専用の計算プログラムを開発す るか、MSC/NASTRAN や ANSYS などの汎用構造 解析プログラムを利用して(12)式も併せて計算 / 出力できるようにすることが必要である。

3.5 配管モデルの平均強度推定

配管モデルの材質は SiC で、表 1 から JIS3 点 曲げ試験による平均強度: $\overline{\sigma}_{3P}$ は 490MPa である。

3 点曲げ試験片の有効体積は $V_{E3P} = 0.5 (m+1)^{-2}V_T$ で与えられる。ただし、 V_T は試験片の体積(3mm × 4mm × 30mm = 360mm³)である。この3 点曲 げ試験では表1に示すようにm = 16が得られているので、m = 16の場合とその1/2のm = 8の場合について計算すると

m = 16の場合、 $V_{E3P} \doteq 0.62 \text{ mm}^3$ m = 8の場合、 $V_{E3P} \doteq 2.22 \text{ mm}^3$



図7 NO.1 試験体の破壊試験結果

したがって、配管モデルの平均強度: $\overline{\sigma}$ は (16) 式から以下のように推定される。

$$m = 16 \mathcal{O} = \overline{\sigma}_{3P} \left(\frac{V_{E3P}}{V_E} \right)^{\frac{1}{m}} = 490 \left(\frac{0.62}{6576} \right)^{\frac{1}{16}} = 490 \times 0.56 = 274.4 \, MPa$$

$$m = 8 \mathcal{O}$$

$$\overline{\sigma} = \overline{\sigma}_{3P} \left(\frac{V_{E3P}}{V_E} \right)^{\frac{1}{m}} = 490 \left(\frac{2.22}{18064} \right)^{\frac{1}{8}} = 490 \times 0.325 = 159.3 \, MPa$$

3.6 破壊試験結果

破壊試験は試験体 NO.1 と NO.2 の 2 体につい て実施した。

一例として、NO.1 試験体の結果を図7に示す。 試験体表面の5箇所に貼り付けたひずみゲージに よる応力の測定値は円周方向,軸方向とも場所に よらずほぼ一致しており、内圧を受ける厚肉円筒 理論に合致している。図7によると、円周方向 応力は内圧に対して直線的に増加し、P_{1max}= 71.1MPaで強度限界に達して破壊している。鉄鋼 材料では一般的に観察される塑性変形挙動がな く、典型的な脆性破壊である。このP_{1max} を(19)



となる。



式に代入すると、外周部の円周方向応力 $(\sigma_t)_{r=r_2}$ = 114MPa (解析)となる。一方、ひずみゲージによる測定結果は図 7 から $(\sigma_t)_{r=r_2}$ = 113MPa (測定)である。

NO.2 試験体の結果は同様にして $P_{1\text{max}}$ = 51.8MPa、 (σ_t) $_{r=r_2}$ = 83MPa (解析)、(σ_t) $_{r=r_2}$ = 81MPa (測定) である。

このように、(*σ*_t) *r=r*₂の解析結果((19)式に*P*_{1max}の測定値を代入したもの)と測定結果は非常に良く一致し、セラミック部材のひずみゲージによる応力測定法の信頼性を確認することができた。

内周部に生じる最大円周方向応力 $(\sigma_t)_{max}$ は当該部をひずみゲージで測定することが不可能なので、(18) 式を用いて解析する。NO.1 と NO.2 の P_{1max} を(18) 式に代入すると、 $(\sigma_t)_{max}$ はそれぞれ 160MPa、114MPa となる。

以上の破壊試験結果と解析結果の一覧を表2に 示す。

試験体	破壊時の内圧	外周部の円周方向応力: $(\sigma_t)_{r=r_2}$		最大円周方向応力: $(\sigma_t)_{max}$
	$P_{1\max}$	解析	試験	解析
NO.1	71.1 MPa	114 MPa	113 MPa	160 MPa
NO.2	51.8 MPa	83 MPa	81 MPa	114 MPa

表2 破壊試験の結果と解析結果

(σ_t) max を破壊応力とすると2体の平均強度は 137MPaとなる。これを3.5項の予測結果(材料 試験結果から有効体積理論により実体平均強度を 予測したもの)と比較すると、m = 8 のときの 159.3MPaよりやや低く、SiC 配管モデルのmは8 より若干小さいと推定される。

3.7 考察

今回の破壊試験のサンプル数ではワイブルプ ロットができないので、ワイブル係数mの実験 値を得ることはできない。しかし、上述のように 有効体積理論によればSiC配管モデルのmは8 より若干小さいと推定される。表1(常圧焼結 SiC の物性値) に示すように、SiC 材料の3 点曲 げ試験は30本について実施され、m = 16が得ら れている。本来、mは材料定数であると言われて いるが、筆者の経験では実体試験では例外なく材 料試験片レベルのデータよりも小さくなる。材料 試験と実体試験とでは、有効体積や負荷形態が相 違することが原因と考えられる。今回の試験でも mは実体試験時の値が材料試験時の値の 1/2 程度 となった。実体破壊試験のサンプル数はコストの 問題もあるが、できるだけ多いのが望ましい。

セラミック部品を設計する際は、材料試験で得 られたmに対してその1/2程度の値を仮定して有 効体積や実体平均強度を予測するのが安全側の設 計である。その後、実体が製作されたら破壊試験 を実施し、その結果によりmや有効体積を修正 するという繰返し計算を行うのが最良のプロセス と考える。

4.おわりに

セラミックス独特の強度評価法について解説 し、本評価法をJAEAが実施した「セラミック構 造体の破壊試験」の評価に適用した事例を紹介し た。日頃馴染みのない破壊力学や統計に関する計 算式の多い説明となったが、セラミックスという 脆くて強度のばらつきが大きい材料を使って構造 部品を設計する際の理論的背景を少しでも理解し て頂ければ幸いである。

レアアースや(希土類)やレアメタル(希少金 属)の確保が我が国の大きな課題となっている昨 今、資源が無尽蔵に存在するセラミックスが機械・ 構造用材料として、広く適用されて行くことを期 待している。本稿がその一助になれば幸いである。

参考文献

- 三上 隆男、佐々 正、岡村 淳輔、小幡 正一、渡辺 健次、"Thermal Shock Testing of Corrosion-Resistant Ceramic Model Parts"、ファインセラミックス次世代研究の 歩み、ファインセラミックス技術研究組合、 pp.191-209 (1988)
- (2) 鈴木 章彦、「セラミックスの強度評価」、圧 力技術 第 29 巻第 4 号、pp.34-45 (1991)
- (3) 三上 隆男、佐々 正、岡村 淳輔、上遠野 紘一、"Thermal Shock Testing"、ファインセラ ミックス次世代研究開発の軌跡と成果、ファ インセラミックス技術研究組合、pp.2089-2113 (1993)
- (4) 鈴木 章彦、浜中 順一、「セラミックス部 品の設計技術」、ファインセラミックス次世 代研究開発の軌跡と成果、ファインセラッミ クス技術研究組合、pp.1997-2038 (1993)
- (5) 三上 隆男、田中 眞也、岡村 淳輔、田頭 浩一郎、西 正輝、「ハイブリッドロータ式 セラミックガスタービンの研究開発」、日本

ガスタービン学会誌、VOL.24、No.93、 pp.61-66(1996)

- (6) Takao Mikami, Shinya Tanaka, Masashi Tatsuzawa, Takeshi Sakida, "Status of the Development of the CGT301, a 300KW Class Ceramic Gas Turbine", ASME 96-GT-252(1996)
- (7) Takao Mikami et al. "Application of Ceramics to the CGT301, a 300KW Class Ceramic Gas Turbine, CIMTEC 98, Florence, Italy
- (8) Takao Mikami, Koichiro Tagashira, Masakazu Obata, "Fracture Strength of Ceramic Nozzle Blade Under Thermal Shock Conditions", 10th International Conference on Fracture, 2001, Hawaii
- (9) Kohmura, Y. ほか3名、"Evaluation of Rotor Blade Strength by cold Spin Tests for 300kW Class Ceramic Gas Turbine (CGT301)"、 95-YOKOHAMA-IGTC-67 (1995)、Ⅲ-77-80
- (10) 鵜戸口 英善、川田 雄一、倉西 正嗣、「材 料力学 下巻」第9版、裳華房



技師長 博士(工学),技術士(機械部門), 環境計量士(騒音・振動関係), 一般計量士 三上 隆男 TEL. 03-3778-7965 FAX. 03-3778-7968



独立行政法人 日本原子力研究開発機構 原子力水素・熱利用研究センター 水素サプライチェーン研究開発グループ 博士 (工学) 竹上 弘彰 TEL. 029-266-7667 FAX. 029-266-7741



計測事業部 計測技術部 次長 松田 昌悟 TEL. 045-791-3518 FAX. 045-791-3542