

穿孔法による直交異方性材料の残留応力測定技術

三上 隆男^{*1}
Mikami Takao

当社では、ASTM E837 規格で規定されている穿孔法を用いた残留応力測定サービスを実施している。穿孔法は主として金属材料に適用していたが、均質等方性材料であれば材質を問わないので、金属以外の材料(等方性のプラスチック材料、セラミックス)にも測定サービス範囲を広げている。

近年、軽量で耐熱性や強度が高い短繊維強化熱可塑性プラスチック材料(エンブラ)や CFRP(炭素繊維強化プラスチック) 複合材料が重要な工業部品に使用されるようになってきている。これらの材料は一般的に直交異方性の弾性特性を有しているが、射出成形や熱硬化などのプロセスにより材料内部に残留応力が生成されるため、構造強度および製造プロセスの最適化の見地から、この残留応力の把握が課題となっている。

このような背景があるため、当社では2016年から直交異方性材料に対しても穿孔法による残留応力測定サービスを提供している。本稿では、等方性材料に適用されている ASTM E837 規格による測定法について簡単に解説した後、直交異方性材料の測定法について、理論的な根拠も含めて解説する。

キーワード：残留応力、弾性理論、穿孔法、直交異方性、ひずみ解放、ロゼットひずみゲージ、CFRP、エンブラ、射出成形、熱可塑性樹脂、熱硬化性樹脂、ASTM E837

1. はじめに

穿孔法は、工業用材料内部の残留応力を測定するための、ASTM E837 で規格化された信頼性のある測定技術である⁽¹⁾⁽²⁾。この方法は測定が比較的容易であり、試験体に与える損傷もわずかなため、準非破壊測定技術の範疇に属する。

一般的な穿孔法は、等方性材料にのみ適用されるが、繊維強化複合材料(CFRP など)の最新の材料は異方的な弾性特性を有している。異方性を示す材料の中でも、その弾性特性が互いに直交する3つの軸で異なる場合がある。その代表的な材料

は木材であり、直交異方性材料と呼ばれている。複合材料は板として使用されることが多く、2次元で考えてよい場合が多い。このときの取り扱いとは3次元の一般的な場合に比べてずっと簡単になる。このような2次元応力場にある異方性材料に対して穿孔法により残留応力を測定する研究が1970年頃から多くの研究者によってなされている⁽³⁾⁻⁽¹¹⁾。本稿では、等方性材料に適用される ASTM 規格による測定法について簡単に紹介した後、直交異方性材料に対する Schajer ら⁽⁶⁾の測定方法の概要を理論的な根拠も含めて解説する。

*1：フェロー 博士(工学)、技術士(機械部門)、環境計量士(騒音・振動関係)、一般計量士、JSNDI ひずみ測定・レベル3、明星大学理工学部非常勤講師

2. 記号リスト

- A, B, C : 校正定数
 \bar{a}, \bar{b} : ASTM E837 規格で定められた校正定数
 c_{**} : 直交異方性解放ひずみコンプライアンス
 E : 等方性材料の弾性定数
 G : 等方性材料のせん断弾性定数
 ν : 等方性材料のポアソン比
 E_x, E_y : x 軸方向および y (弾性対称) 軸方向の弾性定数
 G_{xy} : $x-y$ せん断弾性定数
 m : 直交弾性定数比
 r_a : 穴半径
 r_m : ロゼットひずみゲージの平均半径
 u, v : x 方向および y 方向の変位
 x, y : 弾性対称軸方向の変位
 W_1, W_2 : 幾何学的パラメータ
 X_1, X_2 : 幾何学的パラメータ
 Y_1, Y_2 : 幾何学的パラメータ
 α, β : 幾何学的パラメータ
 γ_{xy} : $x-y$ 直交座標系せん断ひずみ
 ϵ_x, ϵ_y : $x-y$ 直交座標系垂直ひずみ
 θ : ひずみゲージ軸に対して x 方向から反時計方向に測った角度
 κ : 直交弾性材料定数
 ϵ_r : x 方向から θ だけ傾いた軸のひずみゲージにより測定される解放ひずみ
 ν_{xy}, ν_{yx} : $x-y$ ポアソン比
 σ_x, σ_y : $x-y$ 直交座標系垂直応力
 σ_{max} : 最大主応力
 σ_{min} : 最小主応力
 τ_{xy} : $x-y$ 直交座標系せん断応力
 ϕ : σ_{max} 方向に対して x 方向から反時計方向に測った角度
 ψ_1, ψ_2 : 幾何学的パラメータ
 ϕ : 応力関数

3. 等方性の場合⁽¹⁾

穿孔法による残留応力測定では、図 1 に示すタイプのロゼットひずみゲージを用いる。

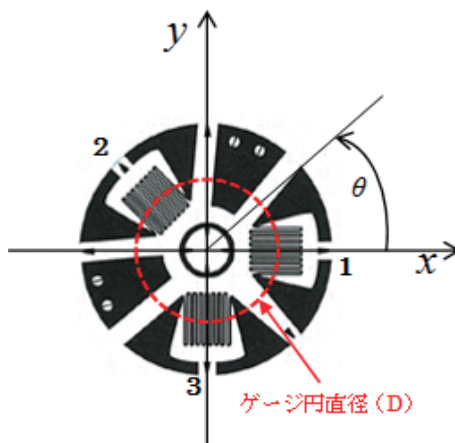


図 1 穿孔測定に使用する ASTM ロゼットひずみゲージ

$x-y$ 直交座標系では、応力を定義する正の x 方向はひずみゲージ 1 の軸に沿っている。図 1 に示される‘時計方向’ロゼットパターンに対しては、負の y 方向はひずみゲージ 3 の軸に沿っている。‘反時計方向’のロゼットの場合は、正の y 方向はひずみゲージ 3 の軸に沿うことになる。

測定対象物は深さ方向に均一または不均一な応力分布を有しているが、ここでは均一応力の場合(残留応力 σ_x, σ_y および τ_{xy} は試験体表面から深さ方向に変化しない)について説明する。

ゲージ円直径 $D = \phi 5.14\text{mm}$ のロゼットひずみゲージを用いた場合、その幾何学的中心位置で、約 $\phi 2\text{mm}$ の大きさの円形穴を貫通穿孔するか厚肉の場合は、約 1mm の深さまで穿孔する。

穿孔により、周囲の材料の応力を局所的に解放し、それによるひずみ解放を 3 方向のひずみゲージによって測定する。等方性材料に対しては、 x 方向から θ だけ傾いた軸のひずみゲージによって測定される解放ひずみは、

$$\varepsilon_r = \frac{(1+\nu)\bar{a}}{2E}(\sigma_x + \sigma_y) + \frac{\bar{b}}{2E}(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + \frac{\bar{b}}{E}\tau_{xy}\sin 2\theta \quad (1)$$

ここで、

$$\frac{(1+\nu)\bar{a}}{2E} = A, \quad \frac{\bar{b}}{2E} = B, \quad \frac{\bar{b}}{E} = C$$

と置くと、式(1)は式(2)に書き換えられる。

$$\varepsilon_r = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y)\cos 2\theta + C\tau_{xy}\sin 2\theta \quad (2)$$

ただし、記号は、上記の‘記号リスト’に定義されている。校正定数 \bar{a} 、 \bar{b} は、ロゼットひずみゲージの寸法、穴径および穴深さに依存し、ASTM E837規格で与えられている。 A 、 B 、 C は、材料特性にも依存することが明らかである。等方性材料に対しては、 $C=2B$ である。

式(2)に、**図1**の3方向の測定ひずみ ε_1 、 ε_2 および ε_3 の方向($\theta=0^\circ$ 、 135° 、 270°)を代入すると、

$$\varepsilon_1 = A(\sigma_x + \sigma_y) + B(\sigma_x - \sigma_y) \quad (3)$$

$$\varepsilon_2 = A(\sigma_x + \sigma_y) - C\tau_{xy} \quad (4)$$

$$\varepsilon_3 = A(\sigma_x + \sigma_y) - B(\sigma_x - \sigma_y) \quad (5)$$

式(3)～式(5)から3方向の測定ひずみ ε_1 、 ε_2 および ε_3 と、直交座標系で定義した応力 σ_x 、 σ_y および τ_{xy} を関係付ける下記の3元連立方程式(マトリックス形式)が得られる。

$$\begin{bmatrix} A+B & 0 & A-B \\ A & -C & A \\ A-B & 0 & A+B \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (6)$$

‘反時計周り’ロゼットひずみゲージに対しては、式(6)の $-C$ は C となる。

式(6)を解いて計算した応力から、以下のように最大および最小主応力とそれらの方向を計算できる。

$$\sigma_{max}, \sigma_{min} = \frac{(\sigma_x + \sigma_y)}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} \quad (7)$$

$$\varphi = \frac{1}{2} \arctan \left(\frac{2\tau_{xy}}{\sigma_x - \sigma_y} \right) \quad (8)$$

4. 直交異方性の場合

平面応力場の場合、異方性材料内の直交座標系で定義された応力とひずみを関係付けるためには5個の弾性定数が必要である。 x 軸と y 軸が材料の弾性主軸方向の場合は、Hookeの法則により、

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E_x} - \frac{\sigma_y \nu_{yx}}{E_y}, \quad \varepsilon_y = \frac{\sigma_y}{E_y} - \frac{\sigma_x \nu_{xy}}{E_x}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\tau_{xy}}{G_{xy}} \quad (9)$$

弾性対称の関係があるため、5つの弾性定数の中の4個のみが独立しており、下記のような関係がある。

$$\frac{\nu_{xy}}{E_x} = \frac{\nu_{yx}}{E_y} \quad (10)$$

一般に、せん断弾性定数 G_{xy} は他のすべての弾性定数に対して独立している。ただし、等方性の場合は、 $E_x = E_y = E$ および $G_{xy} = G = 0.5E/(1+\nu)$ 。その結果、2個の独立弾性定数のみが存在することになる。

穿孔法を直交異方性材料に適用しようとする場合、まず考えられる最も簡単なアプローチは、解放ひずみ応答が等方性材料と同様に式(1)のような三角関数形式を有すると仮定することである。つまり、ゲージ1と3が直交異方性材料の弾性対称軸方向になるように配置すれば、式(2)と式(6)は、等方性の場合と同様に適用できると仮定することであり、Bertら⁽³⁾⁽⁴⁾とその後Prasadら⁽⁵⁾によって穿孔法への適用が提案されたが、Schajerらは、式(2)と式(6)は直交異方性材料の穿孔測定には適用できないことを示した。理由は応力が負荷された直交異方性板内の穴周りの変位は、**4.4節**で後述するように、単純な三角関数形式を有していないからである。

Schajerらは、残留応力と穿孔による解放ひずみ間の関係を決定するため、応力が負荷された直交異方性板内の穴周りの変位に対する数値解析を用いた。ただし、対象とする直交異方性材料は十分

に細かな微視的な構造を有し、均質な連続体と近似できるものと仮定している。以下に、この数値解析手順の概要を解説する。

4.1 弾性理論⁽¹²⁾

弾性理論では、図2のように、弾性体の中の微小要素 $dx\ dy\ dz$ を考える。もし、弾性体が力を受け、点 O の変位成分を u, v, w とすると、 x 軸上の A 点の x 方向の変位は、 x 座標の増加による関数 u の増加 $(\partial u/\partial x)dx$ のため、 $u+(\partial u/\partial x)dx$ となる。したがって、変形による要素 OA の長さの増加は、 $(\partial u/\partial x)dx$ となる。したがって、点 O の x 方向のひずみは $(\partial u/\partial x)dx/dx = \partial u/\partial x$ である。同様に、 y および z 方向のひずみは、それぞれ、 $\partial v/\partial y$ と $\partial w/\partial z$ となる。

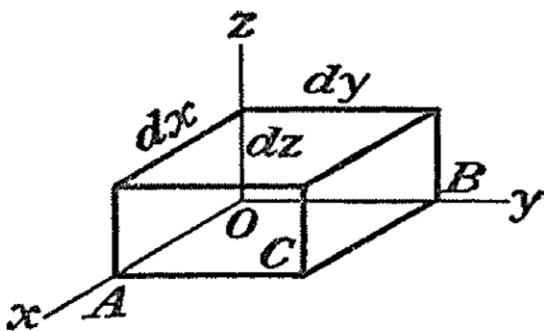


図2 弾性体内の微小要素⁽¹²⁾

次に、図3に示すように、要素 OA と OB 間のせん断変形を考える。点 O の x 方向と y 方向の変位をそれぞれ u, v とすると、点 A の y 方向変位と点 B の x 方向変位は、それぞれ、 $v+(\partial v/\partial x)dx$ と $u+(\partial u/\partial y)dy$ となる。これらの変位のため、要素 OA の新しい方向 $O'A'$ は初期角度に対して図に示されているように小さな角度 $\partial v/\partial x$ だけ傾斜する。同様に $O'B'$ の方向は OB に対して小さな角度 $\partial u/\partial y$ だけ傾斜する。これから、要素 OA と OB 間の直角 AOB は、角度 $\partial v/\partial x + \partial u/\partial y$ だけ減少する。これが、面 xz と面 yz 間のせん断ひずみである。他の面間のせん断ひずみも同様に得ることが

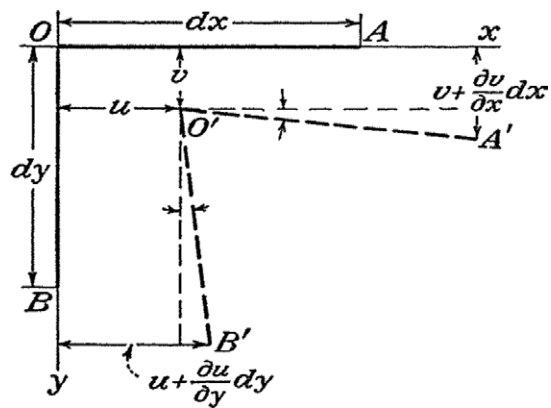


図3 微小要素のせん断変形⁽¹²⁾

できる。ひずみに対して、記号 ϵ を、せん断ひずみに対して記号 γ を用いると、平面応力場では、ひずみ成分は下記の式で表されることになる。

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}, \quad \gamma_{xy} = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \quad (11)$$

式(11)の最初の式を y に関して2回微分、2番目の式を x に関して2回微分、そして3番目の式を x に関して1回微分すると、下記の微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^2 \epsilon_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \epsilon_y}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 \gamma_{xy}}{\partial x \partial y} \quad (12)$$

式(12)は、適合条件と呼ばれ、式(11)のひずみ成分に関する関数 u と v が存在するために、ひずみ成分が満足しなければならない条件式である。

次に、図4に示すように辺の長さが h, k で単位厚さを有する小さな長方形ブロックの力の釣合いを考える。材料内の場所による応力変化を考慮するため、例えば、 σ_x は面1と面3で同じ値ではなく、 $(\sigma_x)_1, (\sigma_x)_3$ としている。 $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}$ は四角形中心部の点 x, y での値を表している。

x 方向の力の釣合い条件から、物体力(自重)を無視すると、下記の釣合い方程式が得られる。

$$(\sigma_x)_1 k - (\sigma_x)_3 k + (\tau_{xy})_2 h - (\tau_{xy})_4 h = 0$$

両辺を hk で除すと、

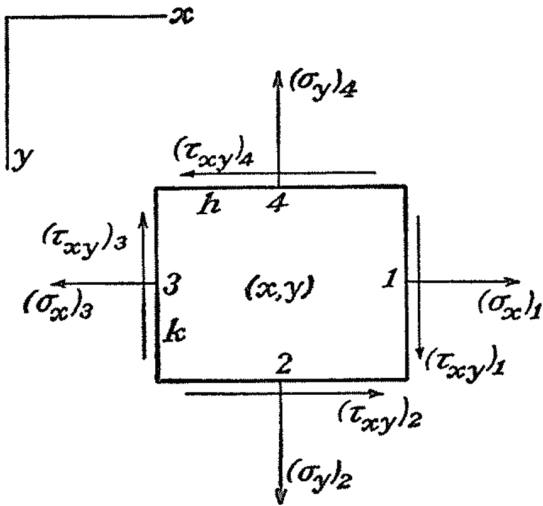


図4 平面応力場にある物体内の微小ブロックに作用する力⁽¹²⁾

$$\frac{(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3}{h} + \frac{(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4}{k} = 0$$

ここで、四角形を段々小さくしていく（すなわち、 $h \rightarrow 0$ 、 $k \rightarrow 0$ ）と、極限では、

$$\frac{(\sigma_x)_1 - (\sigma_x)_3}{h} = \frac{\partial \sigma_x}{\partial x}$$

同様に、

$$\frac{(\tau_{xy})_2 - (\tau_{xy})_4}{k} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}$$

y 方向の力の釣合い方程式も同様に得られ、結局、下記の式が得られる。

$$\frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} = 0 \quad (13)$$

式(13)を解くために、 x と y の関数 ϕ を導入する。 ϕ はAiryの応力関数⁽¹³⁾と呼ばれ、各応力成分に対して以下のように表すと、これらは式(13)を満足することがわかる。

$$\sigma_x = \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2}, \quad \sigma_y = \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy} = -\frac{\partial^2 \phi}{\partial x \partial y} \quad (14)$$

この方法により、釣合い方程式(13)からさまざまな解を得ることができるが、真の解は適合条件式(12)を満足するものである。

4.2 円孔を有する直交異方性板の穴周りの変位解析への適用

図5に平面応力状態にある直交異方性板に穿孔法を適用するイメージ図を示す。

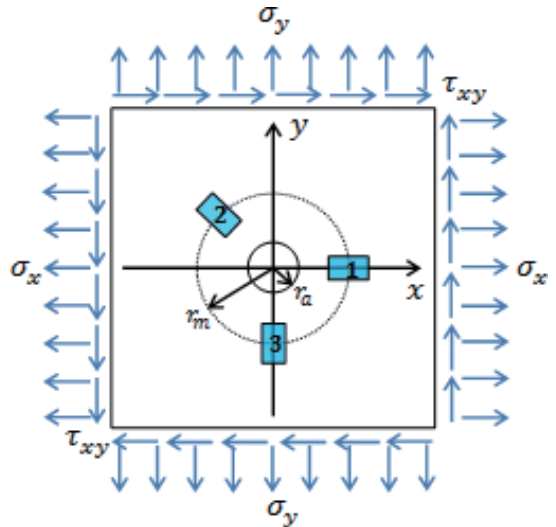


図5 平面応力状態にある板の穿孔法による残留応力測定

式(14)を式(9)に代入して、式(10)および式(12)を適用すると、次式が得られる。

$$\frac{1}{E_y} \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + \left(\frac{1}{G_{xy}} - 2 \frac{\nu_{xy}}{E_x} \right) \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{1}{E_x} \frac{\partial^4 \phi}{\partial y^4} = 0 \quad (15)$$

ここで、

$$\kappa = \frac{\sqrt{E_x E_y}}{2} \left(\frac{1}{G_{xy}} - 2 \frac{\nu_{xy}}{E_x} \right) \quad (16)$$

$$m = \sqrt[4]{E_x / E_y} \quad (17)$$

$$\eta = m \cdot y \quad (18)$$

と置くと、最終的に下記の偏微分方程式が得られる。

$$\frac{\partial^4 \phi}{\partial x^4} + 2\kappa \frac{\partial^4 \phi}{\partial x^2 \partial \eta^2} + \frac{\partial^4 \phi}{\partial \eta^4} = 0 \quad (19)$$

Smith⁽⁹⁾は、この偏微分方程式を x 方向に1軸応力が作用している楕円および円孔を有する積層木材の問題に適用し、難解な高等数学（オイラーの公式、複素指数関数など）を使って厳密解を導いている。

Schajer らは、Smith の解析結果を重ね合わせの原理により、**図 5** の平面応力場に拡張し、最終的に穴周りの解放変位として次式を得ている。

$x^2+y^2 \geq r_a^2$ に対しては、

$$u = \frac{\alpha^2 m^2 + \nu_{xy}}{m(\alpha - \beta)E_x(1 - \alpha m)} \cdot [Y_1(1 + \beta m)\tau_{xy} - X_1(\sigma_x - \beta m\sigma_y)] + \frac{\beta^2 m^2 + \nu_{xy}}{m(\beta - \alpha)E_x(1 - \beta m)} \cdot [Y_2(1 + \alpha m)\tau_{xy} - X_2(\sigma_x - \alpha m\sigma_y)] \quad (20)$$

$$v = \frac{1 + \alpha^2 m^2 \nu_{yx}}{\alpha m^2(\alpha - \beta)E_y(1 - \alpha m)} \cdot [X_1(1 + \beta m)\tau_{xy} + Y_1(\sigma_x - \beta m\sigma_y)] + \frac{1 + \beta^2 m^2 \nu_{yx}}{\beta m^2(\beta - \alpha)E_y(1 - \beta m)} \cdot [X_2(1 + \alpha m)\tau_{xy} + Y_2(\sigma_x - \alpha m\sigma_y)] \quad (21)$$

ただし、

$$\alpha = \sqrt{\kappa + \sqrt{(\kappa^2 - 1)}} \quad (22)$$

$$\beta = \sqrt{\kappa - \sqrt{(\kappa^2 - 1)}} \quad (23)$$

$$W_1 = \sqrt[4]{(x^2 - r_a^2 - \alpha^2 m^2(y^2 - r_a^2))^2 + (2\alpha mxy)^2} \quad (24)$$

$$W_2 = \sqrt[4]{(x^2 - r_a^2 - \beta^2 m^2(y^2 - r_a^2))^2 + (2\beta mxy)^2} \quad (25)$$

$$\psi_1 = \arctan \left[\frac{2\alpha mxy}{(x^2 - r_a^2 - \alpha^2 m^2(y^2 - r_a^2))} \right] / 2 \quad (26)$$

$$\psi_2 = \arctan \left[\frac{2\beta mxy}{(x^2 - r_a^2 - \beta^2 m^2(y^2 - r_a^2))} \right] / 2 \quad (27)$$

$$X_1 = x - W_1 \cos \psi_1 \quad (28)$$

$$X_2 = x - W_2 \cos \psi_2 \quad (29)$$

$$Y_1 = \alpha my - W_1 \sin \psi_1 \quad (30)$$

$$Y_2 = \beta my - W_2 \sin \psi_2 \quad (31)$$

上記の解は、 $\kappa > 1$ に対してのみ有効である。これにより、他の弾性定数が与えられたときに、せん断弾性定数 G_{xy} に許容される大きさに最大値制限を設けている。特別に設計された高いせん断剛性を有する複合材料を除いて、ほとんどの直交異方性材料は $\kappa > 1$ の弾性特性を有する。 $\kappa \leq 1$ のケースに対する解は、Schimke ら⁽¹⁰⁾ によって報告されている。

4.3 積層理論による等価な弾性特性の計算⁽⁹⁾

h を積層体の全体厚さ、 s_k を各層の厚さとした場合、 n 層で構成される異方性積層体 (**図 6** 参照) を等価な均質直交異方性材料に置き換えると下記のようになる。

$$E_x = \frac{\sum_{k=1}^n E_{x,k} s_k}{h}$$

$$E_y = \frac{\sum_{k=1}^n E_{y,k} s_k}{h}$$

$$G_{xy} = \frac{\sum_{k=1}^n G_{xy,k} s_k}{h}$$

$$\nu_{xy} = \frac{\sum_{k=1}^n s_k E_{y,k} \nu_{xyk}}{h E_y} \quad (32)$$

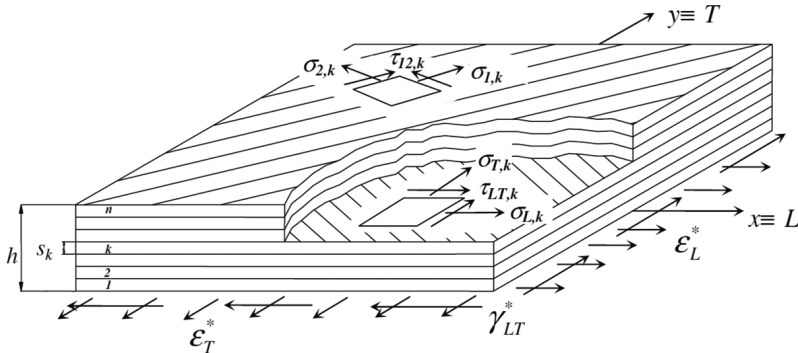


図 6 一般的な積層複合材料の表記⁽⁸⁾

4.4 三角関数挙動からの乖離について

図7、図8は、1軸引張応力が負荷されている試験体に貼り付けたASTMひずみゲージで、穴半径 $r_a = 0.464 r_m$ の場合について、角度 θ に対する解放ひずみ応答の計算値を図示したものである。

曲線は、式(20)と式(21)で表される解放変位場をひずみゲージ格子線に対して積分することにより計算した解放ひずみである⁽¹⁵⁾。曲線の大きさよりも曲線の形状に焦点を当てるため、縦軸のスケールは正規化されている。すべての曲線は同じ大きさにスケールされ、 $\theta = 0^\circ$ と $\theta = 90^\circ$ で一致するように垂直方向に表示されている。このプロット法では、実際のひずみの大きさとは無関係に、式(1)の三角関数関係からの乖離を強調したもので、ひずみの絶対値はこれらの図からは推測することができないことに注意が必要である。

図7は、直交弾性異方性の影響を例示している。 $E_y = 1$ 、 $\nu_{xy} = 0.3$ および等方せん断弾性定数 G_{xy} に固定し、弾性定数 E_x を変化した場合の効果を示す。直交異方性の増加は、式(1)から予測される三角関数ひずみ応答からの大きな乖離の原因となっている。

等方性挙動 ($E_x = 1$, isotropic case) からの E_x の乖離は式(1)を乱す原因となることを確認できる。

図8は、 $E_x = E_y = 1$ および $\nu_{xy} = 0.3$ に固定し、 G_{xy} を変化した場合の効果を示す。図7と同様に、直交異方性の増加は、式(1)から予測される三角関数ひずみ応答からの大きな乖離の原因となっている。したがって、前述のように、式(1)を用いた計算法は有効ではないことが明らかである。

Lekhnitskiy⁽¹¹⁾による応力とひずみの解は、直接、穴境界での三角関数関係を与えているが、残念ながら、この便利な結果は穿孔法には適用できない。理由は、穴境界から離れた位置でひずみ測定がなされるからである。

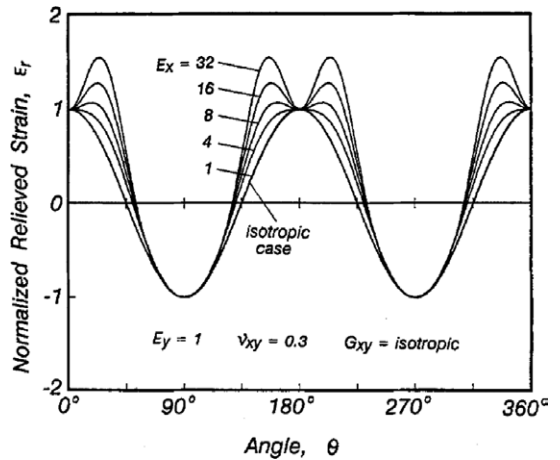


図7 軸方向直交異方性の変化に対する材料内の解放ひずみの角度変化⁽⁶⁾

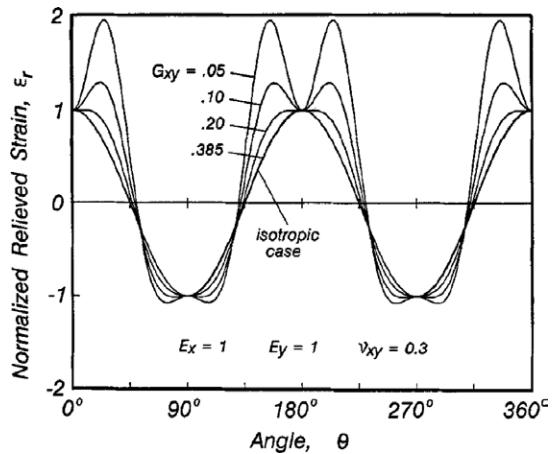


図8 せん断直交異方性の変化に対する材料内の解放ひずみの角度変化⁽⁶⁾

4.5 数値解析結果

線形弾性のみを仮定すると、式(6)で用いたマトリックス法で一般化でき、直交異方性材料の場合は、式(6)は以下のように表すことができる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}} \begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \end{bmatrix} \quad (33)$$

ここで、弾性コンプライアンス： $c_{11} \sim c_{33}$ は、A、B、Cのような三角関数法に基づく校正定数とはなんら関係がない。因子： $1/\sqrt{E_x E_y}$ はコンプラ

イアンズ： $c_{11} \sim c_{33}$ が無次元定数となるように導入している。ここで、ロゼットひずみゲージの x 方向と y 方向が直交異方性材料の弾性主軸方向と一致する場合は、コンプライアンス： c_{12} と c_{32} は両方ともゼロである。

式 (33) の弾性コンプライアンスの値は、試験体の直交異方性弾性特性、穿孔径およびロゼットひずみゲージの寸法に依存する。穿孔深さも重要な因子である。等方性材料に対する実務的な経験と FEM 計算によると、深さが十分大きいブラインド穴の弾性コンプライアンスは平面応力場の貫通穴解析から計算された結果と同様であることを示している。したがって、直交異方性材料に対し、穴が十分深く、制限深さ（ロゼットひずみゲージが解放ひずみを検知できなくなる）に到達している場合は平面応力解析の式 (20) と式 (21) がブラインド穴の場合にも適用できる。この平面応力解析は、肉厚の大きい材料に対しても適用される。なぜなら、解放ひずみは材料内部ではなく試験体表面で測定されるからである。

Schajer らは、弾性定数のある範囲に対して、式 (33) で用いるコンプライアンス値を式 (20) と式 (21) および参考文献 (15) に記載された方法により計算した数値表を与えている。ただし、この数値表は、図 1 に示すタイプの ASTM 規格のロゼットひずみゲージを用いて穿孔した穴に対して適用される。表に記載された値と異なる弾性特性を有する材料のコンプライアンス値を決定するためには、線形または多項式補間が適用でき、規定された値と少しだけ相違する穴径に対しては、コンプライアンス： $c_{11} \sim c_{33}$ は穴径の二乗に比例すると仮定して良いとしている。

4.6 実験による検証⁽⁶⁾

式 (33) による残留応力計算法の妥当性を検証するため、3.5mm 厚さで 300mm 角の黒鉛ファイバー

-エポキシ積層板 ([0/±45/90]_s) の配列で、それぞれ 2 層、12 層および 10 層で構成) から切り出した 0°、45° および 90° 方向の 3 個の試験体を用い、φ4.8mm の穴の穿孔前後の引張試験により解放ひずみを求めている (図 9 参照)。

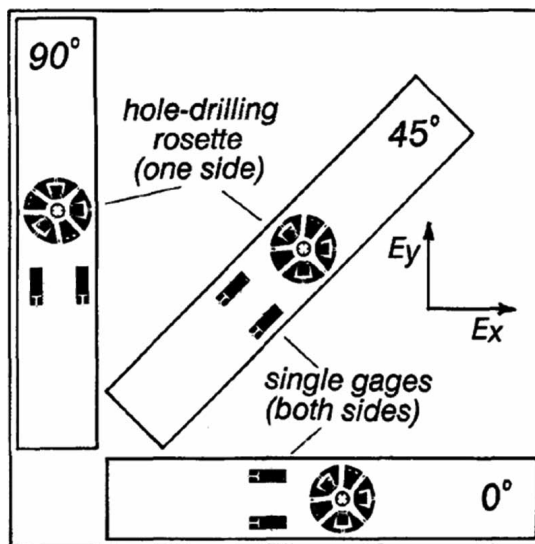


図 9 黒鉛エポキシ積層体のシートから切出した試験体⁽⁶⁾

積層体の直交異方性弾性特性は穿孔前の引張試験時のひずみ測定結果から決定しているが、式 (32) の構成層の特性と配列に基づいて積層理論から計算した値とも良く一致している。測定された解放ひずみは、前述のコンプライアンス値を用いて式 (33) から計算した解放ひずみと良い一致を示している。

しかし、実務で最も関心のある問題は、“ひずみ測定値から式 (33) により残留応力を計算した場合の精度はどれくらいか？”である。

本試験では、一般的に、計算応力は実際の荷重応力よりも幾分、高いという結果が得られている。この計算応力の過剰見積もりは、試験材料の積層構造に起因していると推定されている。ひずみ応答を計算するために式 (20) ~ 式 (31) を用い

るとき、黒鉛エポキシ積層体は均質な連続体であると仮定しているが、実際には、試験材料は各々が約0.15mm厚さの24個の離散的な層から成っている。このようなケースでは、連続体の仮定は、一つの層厚さよりかなり大きな領域に及ぶ巨視的な特性に対してのみ成立すると考えられる。この試験では、穴は直径4.8mmで、層厚さ0.15mmよりもはるかに大きい。したがって、穴は‘巨視的な’特性であると言えるが、St. Venant（サン・ブナン）の原理⁽¹⁴⁾は、積層構造は穴境界から約1層厚さ内では連続体の仮定を乱しやすいことを示唆している。それを考慮すると、有効穴径は実際の穴径よりも少し大きいと推測される。有効穴半径の増加が1層厚さの場合、ひずみ応答の増加は、約12%である。（解放ひずみ応答は近似的に穴径の二乗に比例するため）この増加値は試験結果に良く対応している。

5. プラスチック用穿孔装置⁽¹⁵⁾

金属用の穿孔装置はドリルをエアタービンで駆

動しているが、プラスチック材料の場合は、エアタービン駆動のドリルを使用すると、高速回転のため発熱してプラスチックが溶融してしまうので、低速回転のモータ駆動としている。

図10に当社が保有しているプラスチック用穿孔装置の外観写真を示す。プラスチック用穿孔装置のモータは回転数が約200rpmで、取り外しが可能であり、ドリルとロゼットひずみゲージ間の芯出しや穴径の測定作業時には顕微鏡に交換する。顕微鏡に交換した状態の写真を図11に示す。なお、システムは穿孔装置本体、デジタル静ひずみ計、電子制御装置および制御用PCで構成され、1μmの分解能でドリルを送り制御できる。

CFRPなどの積層複合材料の場合も、このプラスチック用穿孔装置で穿孔が可能である。図12に熱硬化性CFRP積層板にロゼットひずみゲージを貼り付けた様子を示す。また、図13に異方性を有する熱可塑性樹脂板（PA6）の4点曲げ試験時の穿孔測定の様子を示す。



図10 プラスチック用穿孔装置
(モータを取り付けた状態)

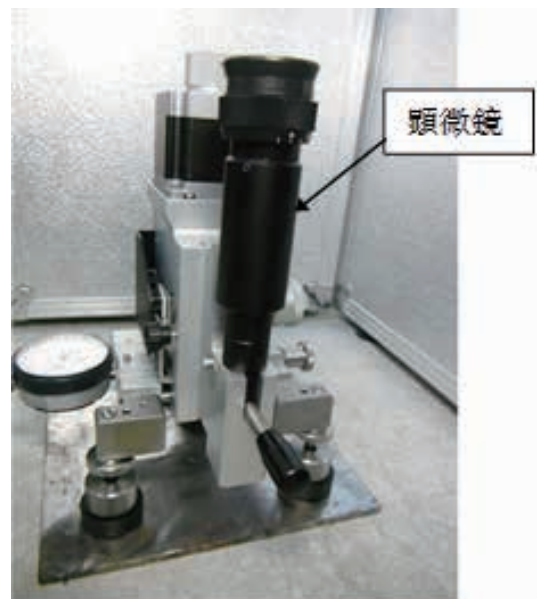


図11 プラスチック用穿孔装置
(顕微鏡を取り付けた状態)

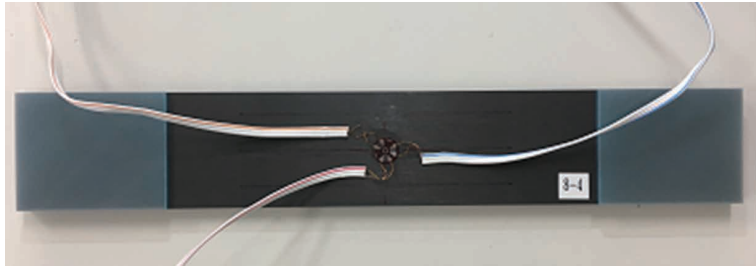


図 12 熱硬化性 CFRP 積層板に貼り付けたロゼットひずみゲージ

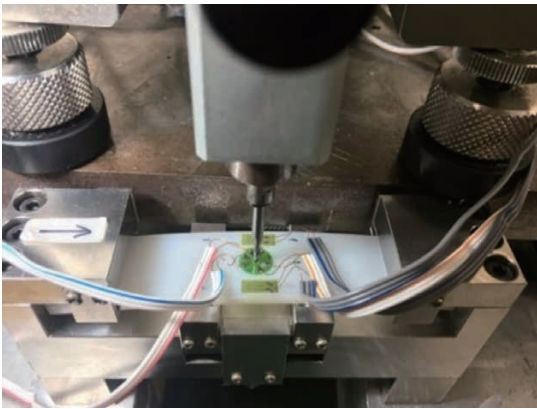


図 13 異方性を有する熱可塑性樹脂板 (PA6) の 4 点曲げ試験時の穿孔測定の様子⁽¹⁶⁾

6. おわりに

近年、軽量で耐熱性に優れた高強度のエンブラや CFRP 複合材料などの直交異方性材料が重要な工業部品に使用されるようになってきているが、構造強度および製造プロセスの最適化の見地から、製造プロセス内で生成される残留応力の把握が課題となっている。異方性を有する特殊な材料のため、適用できる残留応力測定技術は現時点では、穿孔法か切断法に限定される。本稿では、主として等方性の金属材料に適用されている ASTM 規格の穿孔法を直交異方性材料に適用する場合の理論や測定方法に関する先人たちの研究を調査し、それらの中から Schajer らの方法を取り上げ、その概要を解説した。

現在の機械工学技術者は材料力学の諸問題は FEM により解析するのが一般的であり、自らの頭と手を動かして支配方程式を導き、それを解くようなことはほとんどなくなっている。しかし、本稿で解説したように、先人達は、異方性を有する穴あき平板の応力場に関する偏微分方程式を導き、難解な高等数学を用いて厳密解を求めている。あらためて彼らの努力と能力に敬意を表する次第である。

当社では Schajer らの理論を適用し、直交異方性を有するエンブラや CFRP 複合材料などの残留応力測定サービスを実施している。現時点では、本稿で述べたように積層構造の CFRP 複合材料を等価な均質直交異方性材料と考え、論文公開された弾性コンプライアンス値を使って均一応力解析を行っているが、当社では FEM による弾性コンプライアンス値の解析と引張試験による検証試験を実施中であり、これらの結果は別の機会に報告する予定である。

参考文献

- (1) ASTM E837-08 : Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gauge Method, 2008
- (2) ASTM E837-13a : Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gauge Method, 2013

- (3) Bert C. W., Thompson G. L. : A Method for Measuring Planar Residual Stresses in Rectangularly Orthotropic Materials, *J. Composite Mat.*, 2 (2), 1968, pp.244-253
- (4) Lake B. R., Appl. F. J., Bert C. W. : An Investigation of the Hole-drilling Technique for Measuring Planar Residual stress in Rectangularly Orthotropic Materials, *Exp. Mech.*, 10 (10), 1970, pp.233-239
- (5) Prasad C. B., Prabhakaran R., Thompkins S. : Determination of Calibration Constants for Hole-drilling Residual Stress Measurement Technique Applied to Orthotropic Composites, *Composite Structures*, 1987, Part I : Theoretical Considerations, 8 (2), pp.105-118, Part II : Experimental Evaluations, 8 (3), pp.165-172
- (6) Schajer G. S., Yang L. : Residual Stress Measurement in Orthotropic Materials Using the Hole-drilling Method, *Exp. Mech.*, 34 (4), 1994, pp.324-333
- (7) Schajer G. S. : Use of Displacement Data to Calculate Strain Gauge Response in Non-Uniform Strain Fields, *Strain*, 29 (1), 1993, pp.9-13
- (8) Pagliaro P., Zuccarello B. : Residual Stress Analysis of Orthotropic Materials by the Through-hole Drilling Method, *Exp. Mech.*, 47, 2008, pp.217-236
- (9) Smith C. B. : Effect of Elliptic or Circular Holes on the Stress Distribution in Plates of Wood or Plywood Considered as Orthotropic Materials, USDA Forest Products Lab., Report No. 1510, 1944
- (10) Schimke J., Thomas K. and Garrison J. : Approximate Solution of Plane Orthotropic Elasticity Problems, Scholarly, 1970
- (11) Lekhnitskiy S. G. : Anisotropic Plates, Gordon and Breach, New York, 1968
- (12) Timoshenko S. and Goodier J. N. : Theory of Elasticity, 2nd edition, 1951, (McGraw-Hill, New York)
- (13) Airy G. B. : Brit. Assoc. Advancement Sci. Rept., 1862
- (14) Saint-Venant : Mém. Savants étrangers, Vol. 14, 1855
- (15) 三上隆男、夏井一樹、福本伸太郎 : 穿孔法によるプラスチック材料の残留応力測定技術、IIC REVIEW、No.55、2016/04、pp.30-37
- (16) Kohri A., Mikami T. and Suzuki Y. : Residual Stress Measurement of the Engineering Plastics by the Hole-Drilling Method, European Conference on Residual Stresses 2018, ECRS-10



フェロー 博士(工学)、技術士
(機械部門)、環境計量士(騒音・振
動関係)、一般計量士、
JSNDI ひずみ測定・レベル3
明星大学理工学部非常勤講師
三上 隆男

TEL. 03-6404-6583
FAX. 03-6404-6044