技術紹介

穿孔法による直交異方性材料の残留応力測定技術（FEMによる影響係数の検討）

三上　隆男 *1　　前田　朝樹 *2　　郡　　亜美 *3
Mikami Takao　　Maeda Tomoki　　Kohri Ami

前号[(1)]では、等方性材料に適用されている穿孔法（ASTM E837規格）を直交異方性材料に適用する場合の理論について解説した。穿孔法ではロゼットひずみゲージにより測定した解放ひずみをベースに残留応力を算出するが、この際に解放ひずみと残留応力とを関係付ける解放ひずみコンプライアンス（以後、影響係数）が必要となる。等方性の場合は、ASTM E837規格で与えられているが、直交異方性の場合は何らかの方法で算出する必要がある。
本稿では、平面応力場にある直交異方性を有する板の残留応力測定に必要な影響係数をFEMの解析値により算出した結果について報告する。

キーワード：残留応力、穿孔法、直交異方性、解放ひずみ、ロゼットひずみゲージ、コンプライアンス、影響係数、ASTM E837

1. はじめに

解放ひずみと残留応力とを関係付ける影響係数については、Schajer[(2)]、Pagliaro[(3)]らが論文で公開しているが、彼らが算出した影響係数は**図1**に示す米国Vishay製のロゼットひずみゲージ（以後RSG）と同等品を対象としている。

当社では**図2**に示す株式会社東京測器研究所（以後、TML）製のRSGを使用することが多い。ただし、**図2**は**図1**に対して+135°回転して表示していることに注意。両社のゲージ円直径はASTM E837-13a規格[(4)]に従っているので同じであるが、受感部のサイズ（ゲージ長×ゲージ幅）が**表1**に示すように相違するため、影響係数は幾分異なることが推定される。

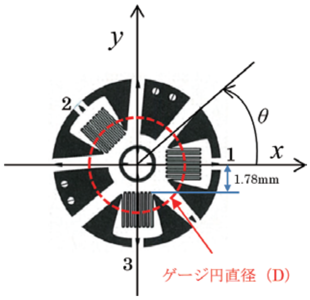

図1　Vishay製RSG[(1)]

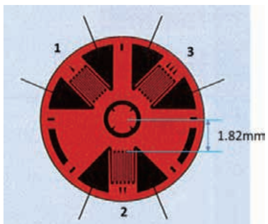

図2　TML製RSG[(5)]

*1：フェロー　博士（工学）、技術士（機械部門）、環境計量士（騒音・振動関係）、一般計量士、JSNDIひずみ測定・レベル3、明星大学理工学部非常勤講師
*2：計測事業部　計測技術部　磯子グループ　次長　計算力学技術者1級（固体部門）
*3：計測事業部　計測技術部　福浦グループ

表 1　RSG の寸法比較[5][6]

ゲージ製造会社	TML（日本）	Vishay（米国）
型式	FRS-2	EA-062RE
ゲージ長	1.5mm	1.59mm
ゲージ幅	1.3mm	1.61mm
ゲージ円直径（D）	φ5.14mm	φ5.14mm
中心からゲージまでの距離	1.82mm	1.78mm

そこで、TML 製 RSG について影響係数を算出した。

2. 平面応力状態にある直交異方性板の残留応力測定

図 3 のように残留応力（垂直応力：σ_x、σ_y とせん断応力：τ_{xy}）および RSG の方向：1 ～ 3 軸を定義する。そうすると、Schajer 論文[2]から、式（1）の 3 元連立方程式により残留応力を計算できる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}}\begin{bmatrix} c_{11} & c_{12} & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \qquad (1)$$

ここで、ε_1、ε_2、ε_3 は RSG で測定された 1 ～ 3 軸方向の解放ひずみ、c_{**} は影響係数であり、c_{11}、c_{12}、c_{13} は、それぞれ、以下のような意味を有する。

c_{11}：σ_x の第 1 軸方向への解放ひずみ感度
c_{12}：τ_{xy} の第 1 軸方向への解放ひずみ感度
c_{13}：σ_y の第 1 軸方向への解放ひずみ感度

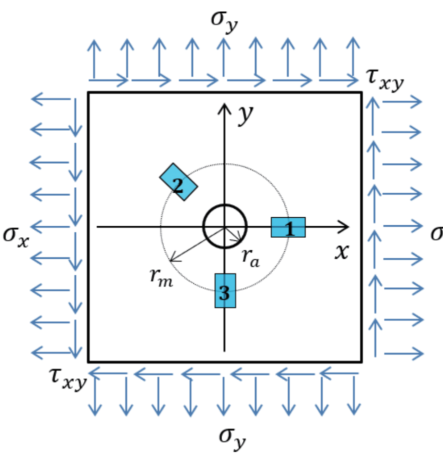

図 3　平面応力状態にある板の穿孔法による残留応力測定[1]

同様に、c_{21}、c_{22}、c_{23} はそれぞれ、σ_x、τ_{xy}、σ_y の第 2 軸方向への解放ひずみ感度であり、c_{31}、c_{32}、c_{33} はそれぞれ、σ_x、τ_{xy}、σ_y の第 3 軸方向への解放ひずみ感度である。

図 3 で、RSG の第 1 軸と第 3 軸方向を測定対象材料の主弾性軸：x および y 軸に一致するように配置すると、$\tau_{xy}=0$ となるので c_{12} と c_{32} は両方ともゼロとなる。この場合は、式（1）は式（2）のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}}\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \tau_{xy} \\ \sigma_y \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \qquad (2)$$

したがって、この場合は、影響係数は 9 個から 7 個に減少することになる。

3. FEM 解析による影響係数の算出

3.1 影響係数の算出方法

平面応力場の応力 3 成分（σ_x、σ_y、τ_{xy}）について、以下に示すように、それぞれの単位応力に対する解放ひずみを求めることにより 7 個の影響係数を算出することができる。

（1）影響係数 c_{11}、c_{21}、c_{31}

式（2）で、$\sigma_x=1.0$MPa、$\tau_{xy}=0$、$\sigma_y=0$ とすると、式（3）のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}}\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \qquad (3)$$

したがって、

$$c_{11}=\sqrt{E_x E_y}\,\varepsilon_1,\ c_{21}=\sqrt{E_x E_y}\,\varepsilon_2,\ c_{31}=\sqrt{E_x E_y}\,\varepsilon_3 \qquad (3a)$$

（2）影響係数 c_{13}、c_{23}、c_{33}

式（2）で、$\sigma_x=0$、$\tau_{xy}=0$、$\sigma_y=1.0$MPa とすると、式（4）のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_x E_y}}\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \qquad (4)$$

したがって、影響係数 c_{13}、c_{23}、c_{33} は次のように

なる。

$$c_{13}=\sqrt{E_xE_y}\varepsilon_1,\ c_{23}=\sqrt{E_xE_y}\varepsilon_2,\ c_{33}=\sqrt{E_xE_y}\varepsilon_3 \quad (4a)$$

(3) 影響係数 c_{22}

式 (2) で、$\sigma_x=0$、$\tau_{xy}=1.0\mathrm{MPa}$、$\sigma_y=0$ とすると、式 (5) のように書き換えることができる。

$$\frac{1}{\sqrt{E_xE_y}}\begin{bmatrix} c_{11} & 0 & c_{13} \\ c_{21} & c_{22} & c_{23} \\ c_{31} & 0 & c_{33} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_3 \end{bmatrix} \quad (5)$$

したがって、影響係数 c_{22} は次のようになる。

$$c_{22}=\sqrt{E_xE_y}\varepsilon_2 \quad (5a)$$

3.2 載荷条件

残留応力を有する平板内に穴を穿孔すると、穴周囲の残留応力が解放される。解放残留応力は、穿孔後の平板内部の残留応力分布と穿孔前の残留応力分布との差で与えられる。同様に、解放ひずみ $\varepsilon^{(r)}$ は、板の穿孔後のひずみ $\varepsilon^{(ad)}$ と板の穿孔前のひずみ $\varepsilon^{(bd)}$ との差で与えられる (**図 4**)。重ね合わせの原理を適用することにより、解放ひずみ $\varepsilon^{(r)}$ は、穴の縁に作用する実際の残留応力分布とは反対方向の残留応力分布を負荷することにより得られるひずみに一致することになる (**図 4**)。

したがって、穴の縁に載荷する荷重とそれによって生じるひずみ分布を把握することにより、解放ひずみと残留応力分布との関係を決定することができる。

ところで、穴の縁に応力荷重を載荷する場合、直交座標系よりも極座標系の方が扱いやすい。そこで、応力は式 (6) のように座標系を極座標系に変換して載荷させる[(7)(8)]。

$$\begin{aligned}\sigma_r &= \sigma_x\cos^2\theta+\sigma_y\sin^2\theta+2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta \\ \sigma_\theta &= \sigma_x\sin^2\theta+\sigma_y\cos^2\theta-2\tau_{xy}\sin\theta\cos\theta \\ \tau_{r\theta} &= (\sigma_y-\sigma_x)\sin\theta\cos\theta+\tau_{xy}(\cos^2\theta-\sin^2\theta)\end{aligned} \quad (6)$$

3.3 FEM 解析によるひずみの計算 (Schajer 論文[(6)]を参考)

図 5 にひずみゲージの格子領域を示す。受感部は 8×8 分割のメッシュとする。格子端部の X_2 と X_1 の節点変位差をゲージ幅方向 8 要素分について平均することにより、十分な精度でひずみを計算することができるので、式 (7) により、3 方向のゲージの半径方向ひずみ (ε_1、ε_2、ε_3) を計算する。

$$\varepsilon_* = \frac{\sum_{j=1}^{8}\left(U(X_2,Y_{(j)})-U(X_1,Y_{(j)})\right)}{8(X_2-X_1)} \quad (7)$$

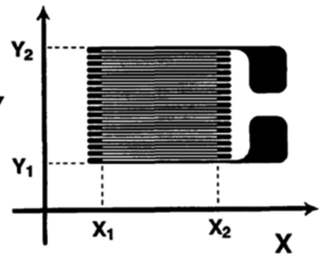

図 5 ひずみゲージの格子領域

3.4 解析ケース

実務的には、**表 1** のサイズの RSG を使用する場合、測定対象物の積層厚さが約 2mm を超えていると、それより深く穿孔しても RSG が解放ひずみを受感できなくなるため、貫通穿孔しないでブラインド穴としている。そこで、影響係数が貫通穴とブラインド穴とで相違するかどうかを調べるた

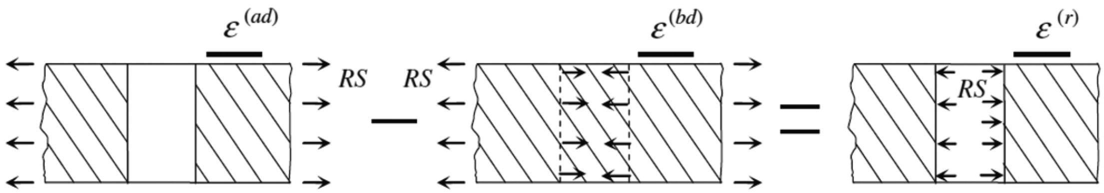

図 4 穿孔後の解放ひずみを評価する際に使用する重ね合わせの原理[(3)]

め、以下に示す2ケースの解析を実施した。

（1）ケース1：貫通穴

（2）ケース2：深さ1mmのブラインド穴

なお、ケース1の貫通穴については、解析モデルに使用する要素が二次元要素（平面応力要素）か三次元要素（立体要素）かによって生じる違いを調べた。

また、参考のため等方性の場合についても解析した。

3.5 FEM解析モデル

FEM解析で使用した解析モデルのケース1（貫通穴、二次元要素）を**図6**に、ケース2（ブラインド穴）を**図7**に示す。これらのモデルの円板の直径は60mm、板厚は3.12mm（CFRP試験体と同じ）、穴径は2mmとした。それぞれの図で彩色した要素がRSGの受感部に相当する領域となる。ケース1の三次元要素モデルは、二次元要素モデルを板厚方向に6層分押し出すことで作成している。

FEM解析に使用したプログラムはABAQUS v2017

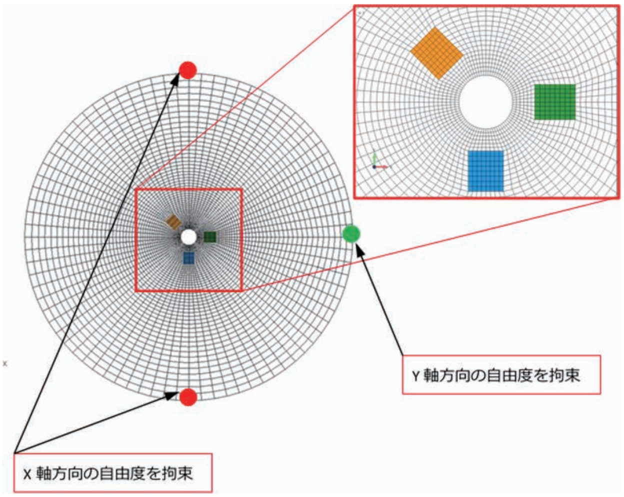

図6　ケース1（貫通穴）での解析モデル図

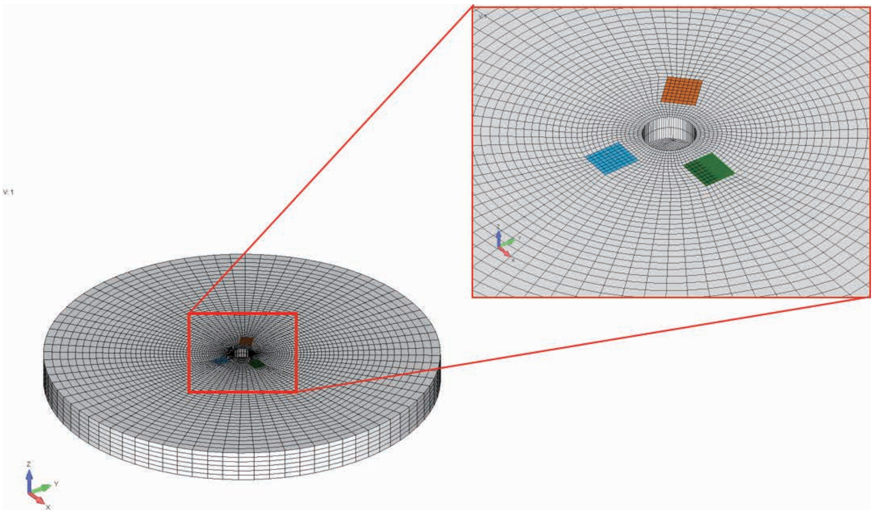

図7　ケース2（ブラインド穴）での解析モデル図

(Dassault 社) であり、使用した要素は二次元要素モデルでは 4 節点の平面応力要素(CPS4)、三次元要素モデルでは 8 節点の立体要素(C3D8I)である。解析モデルの規模を**表 2** に示す。

FEM 解析モデルに設定した材料は直交異方性とし、その特性値は検証試験で用いる一方向積層 CFRP 試験体から採取した実測値を適用する。実測した値を**表 3** に示すが、この表からわかるように E_x/E_y は約 15 である。

FEM 解析モデルには、**3.1 節**で述べたように影響係数を算出するために、各ケースにおいて以下に示す 3 つの荷重パターンを載荷した。

(1) 荷重パターン 1：$\sigma_x = 1.0$MPa、$\tau_{xy}=0$、$\sigma_y=0$

(2) 荷重パターン 2：$\sigma_x=0$、$\tau_{xy}=0$、$\sigma_y=1.0$MPa

(3) 荷重パターン 3：$\sigma_x=0$、$\tau_{xy}=1.0$MPa、$\sigma_y=0$

ケース 1 (貫通穴) に、式 (6) により計算した荷重 (r 方向および θ 方向) を載荷した様子を一例として**図 8** に示す。

表 2　FEM 解析モデルの規模

		節点数	要素数
ケース 1 (貫通穴)	二次元要素	4080	4000
	三次元要素	28560	24000
ケース 2 (ブラインド穴)		31200	26268

表 3　FEM 解析モデルに設定した材料特性値

E_x (0° 繊維方向の縦弾性係数)	E_y (0° 繊維直角方向の縦弾性係数)	G_{xy} (横弾性係数)	ν_{xy} (xy ポアソン比)	ν_{yx} (yx ポアソン比)
131.7 GPa	8.8 GPa	4.2 GPa	0.3	0.02

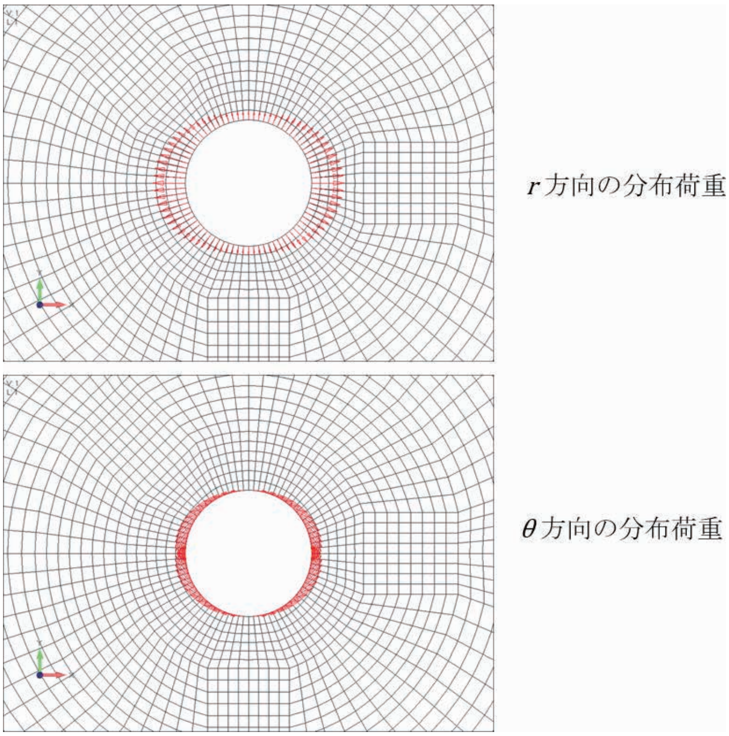

図 8 (a)　荷重パターン 1 ($\sigma_x=1.0$MPa、$\tau_{xy}=0$、$\sigma_y=0$) の荷重分布図

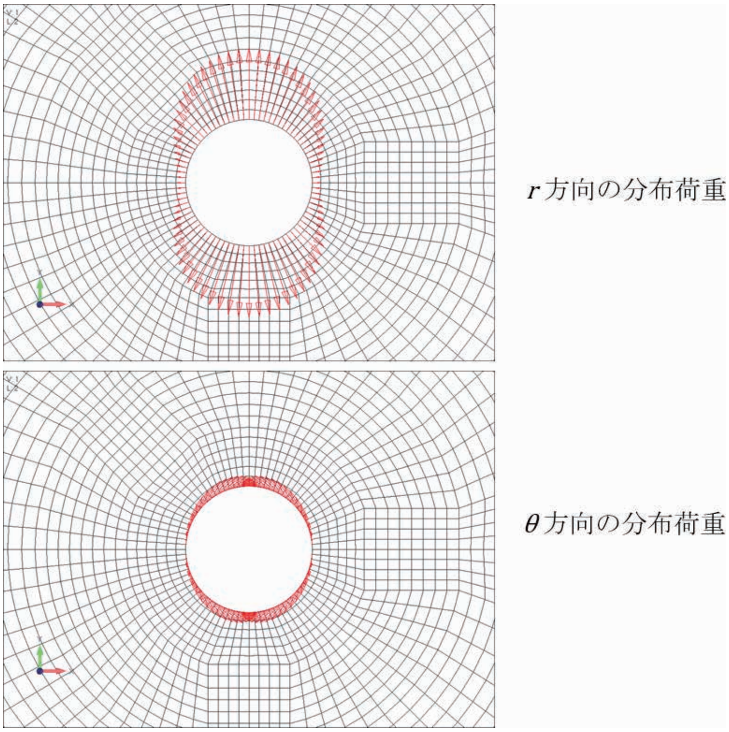

図８（b）　荷重パターン２（$\sigma_x = 0$、$\tau_{xy} = 0$、$\sigma_y = 1.0$MPa）の荷重分布図

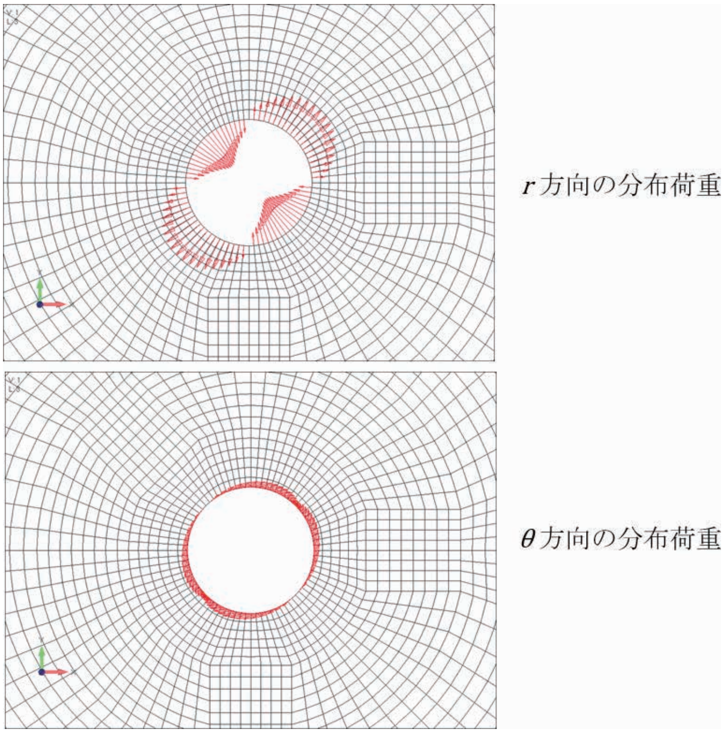

図８（c）　荷重パターン３（$\sigma_x = 0$、$\tau_{xy} = 1.0$MPa、$\sigma_y = 0$）の荷重分布図

3.6 FEM 解析結果

解析結果の一例として、ケース 1（貫通穴）、二次元要素モデルにおける各荷重パターンに対する応力分布を**図 9**～**図 11** に示す。なお、荷重パターン 3 においては、τ_{xy} のみが作用しているが、これは x 軸に対して反時計回りに 45° 傾いた方向への直応力に相当する。そのため、応力分布においては、45° 反時計回りに傾いた方向の σ_x の応力分布として表現している。また、凡例の単位はすべて MPa である。

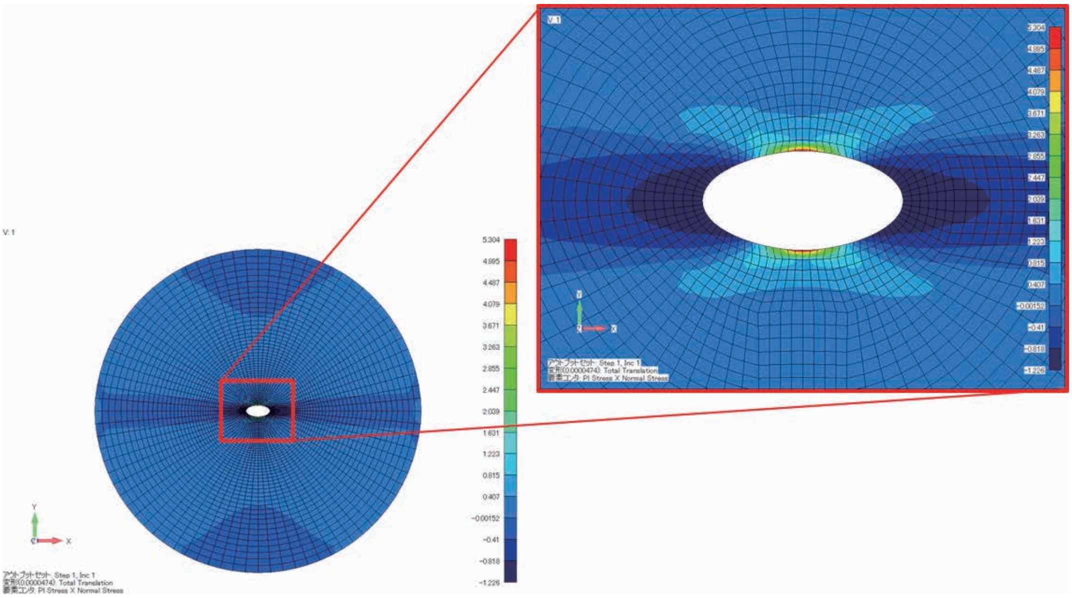

図 9　ケース 1（貫通穴）、荷重パターン 1 における応力（σ_x）分布図

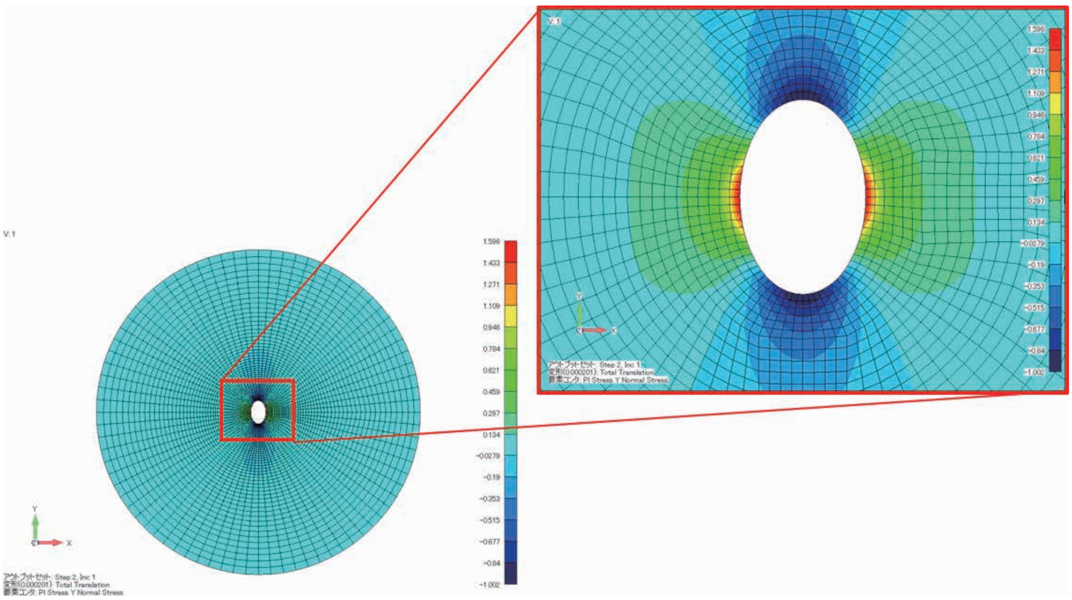

図 10　ケース 1（貫通穴）、荷重パターン 2 における応力（σ_y）分布図

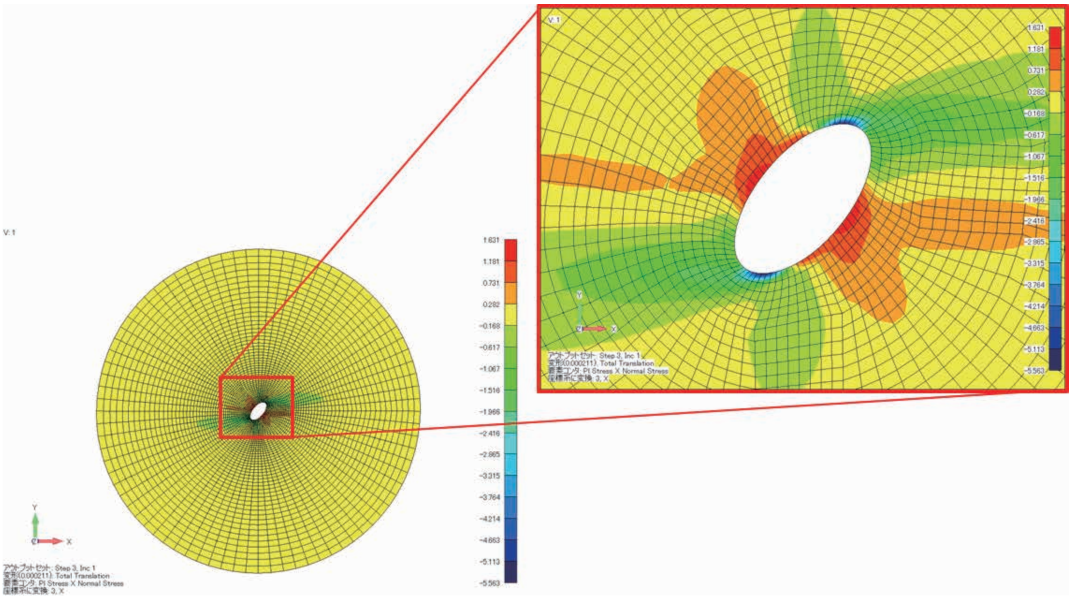

図 11　ケース 1（貫通穴）、荷重パターン 3 における応力（σ_x）分布図

4. 解放ひずみの解析結果

3.6 節の応力解析結果をベースに、式 (7) により解放ひずみを算出した。算出結果を**表 4** に示す。

5. 影響係数の算出結果と考察

3.1 節にしたがって、**表 4** の解放ひずみから影響係数を算出した。算出結果を**表 5** に示す。同一材料特性の条件で Schajer[(2)] が算出した影響係数（穴径：2.385mm）を穴径の 2 乗比で穴径 2mm に換算した結果も同表に示した。

表 5 で、貫通穴（2D）と貫通穴（3D）を比較すると、FEM の二次元要素と三次元要素の違いにより、わずかな差異が認められるものの、両者はおおむね良く一致している。

ブラインド穴の場合は、貫通穴（3D）と比較すると、C11、C23、C33 は良く一致しているが、C13、C31 は差異が大きい。ASTM E837-13a 規格では、

表 4　解放ひずみの算出結果

単位：$\times 10^{-6}$

	Load-1 (σ_x=1MPa)			Load-2 (σ_y=1MPa)			Load-3 (τ_{xy}=1MPa)		
	ε_1	ε_2	ε_3	ε_1	ε_2	ε_3	ε_1	ε_2	ε_3
貫通穴(2D)	-4.867	-1.382	4.172	2.551	-11.330	-27.766	-0.017	23.619	-0.0161
貫通穴(3D)	-4.925	-1.628	4.230	2.826	-10.150	-27.178	-0.013	23.929	-0.0097
ブラインド穴	-5.203	-1.961	2.160	1.715	-9.745	-25.892	-0.009	19.993	-0.006

表 5　影響係数の算出結果（異方性の場合）

	C11	C12	C13	C21	C22	C23	C31	C32	C33
貫通穴(2D)	-0.1657	0	0.0868	-0.0470	0.8041	-0.3857	0.1420	0	-0.9452
貫通穴(3D)	-0.1690	0	0.0962	-0.0554	0.8146	-0.3456	0.1440	0	-0.9252
ブラインド穴	-0.1771	0	0.0584	-0.0667	0.6806	-0.3317	0.0735	0	-0.8815
Schajer論文[(2)]	-0.1420	0	0.0680	-0.0790	0.8500	-0.4020	0.1420	0	-0.9410

等方性材料をブラインド穴で測定する場合、板厚は使用するRSGのサイズに依存し、**表1**のRSGの場合は約5mm以上を規定している。今回の解析モデルは3.12mmと薄く、規格で規定している剛性よりも低いことがC13とC31に多大な影響を与えたものと考えられる。

Schajerの算出結果は、貫通穴を有する平板モデルを対象とした古典的な弾性理論に基づいていることを考慮し、貫通穴（2D）の結果と比較すると、C11とC13はそれぞれ、約17%、28%相違している。これらの相違は、θ方向（**図1**参照）の解放ひずみ分布が、**図12**に示すように異方性の程度（E_x/E_y比）が大きくなるにつれて三角関数分布から大きく逸脱することに起因する（今回の試験で用いた試験体は$E_x/E_y=15$なので、**図12**の$E_x=16$の曲線を参照する）。

表1に示すようにRSG受感部の形状（ゲージ長×ゲージ幅）がTMLとVishayとで相違（面積は後者の方が約30%大きい）し、解放ひずみは式(7)

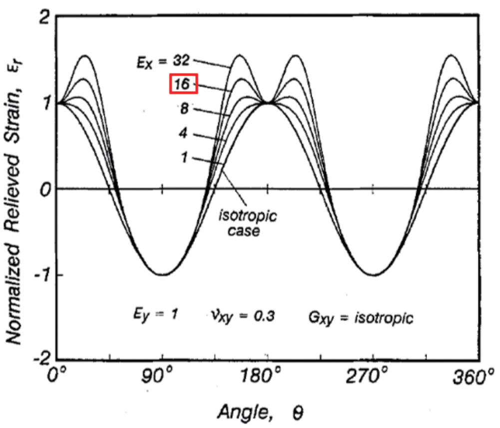

図12　軸方向直交異方性の変化に対する材料内の解放ひずみの角度変化[(1)]

のように、ひずみゲージの格子領域の面積で平均化されるので、Vishayの方がTMLより小さくなる。その結果、解放ひずみ感度（影響係数）は、Vishayの方がTMLより小さくなったと考えられる。C21は約40%と大きく相違しているが、これも上記の三角関数分布からの逸脱が原因と考えられる。

一方、C22、C23、C31、C33は非常に良く一致している。これらの影響係数が関係する応力方向とRSGとの位置関係においては、解放ひずみの三角関数分布からの逸脱の程度が小さいためと考えられる。

一般的にE_x、E_y方向はそれぞれ強軸方向、弱軸方向と呼ばれている。上記のC11の17%の相違は、最も重要な強軸方向の残留応力：σ_xの計算値に17%の影響を及ぼす。今回の計算事例では、TMLで測定した結果に対してVishay用の影響係数を適用すると残留応力は17%高く計算されることを意味する。C13の28%の相違は、σ_x、σ_y、τ_{xy}の計算値にほとんど影響を与えない。また、C21の40%の相違はτ_{xy}には大きく影響するが、σ_xやσ_yには影響を与えない。

以上の結果から、異方性材料の残留応力測定においては、使用するRSGの製造メーカー（VishayまたはTML）のゲージ寸法を考慮した適切な影響係数を適用する必要があることが明らかとなった。

補足：

TML製RSGについて、材料が等方性の場合の影響係数を算出した。算出結果を**表6**に示す。なお、ASTM E837-13a規格では等方性で均一応力の場合の影響係数を規定しており、それらの値も同表に記載した。

表6　影響係数の算出結果（等方性の場合）

	C11	C12	C13	C21	C22	C23	C31	C32	C33
貫通穴(2D)	-0.3161	0	0.1219	-0.0971	0.4376	-0.0971	0.1219	0	-0.3161
貫通穴(3D)	-0.3161	0	0.1219	-0.0971	0.4380	-0.0971	0.1219	0	-0.3161
ASTM　E837-13	-0.3248	0	0.1272	-0.0988	0.4520	-0.0988	0.1272	0	-0.3248

表6から、FEM解析結果は貫通穴（2D）、（3D）の両ケースともASTM E837-13a規格の規定値に非常に良く一致していることがわかる。等方性の場合は、C11とC33、C13とC31、C21とC23に対称性があり、異方性の場合（**表5**）と比べると影響係数自体の値も大きく相違することがわかる。

6. まとめ

穿孔法ではRSGにより測定した解放ひずみをベースに残留応力を算出するが、その際に解放ひずみと残留応力とを関係付ける影響係数が必要となる。

本稿では、直交異方性を有する平板の穿孔時の解放ひずみをTML製RSGで測定する場合について、FEMにより影響係数を算出し、米国Vishay製RSGを対象としたSchajer等の算出結果と比較した。その結果、影響係数の一部が相違することが明らかとなり、とくに、σ_x 方向の残留応力値への影響は約17%相違する。

今後、TML製RSGにより残留応力を測定する際、材料特性が**表3**と異なる場合は、今回構築したFEMモデルはそのまま利用できるので、材料特性のみを変更して影響係数を算出することができる。

参考文献

（1） 三上隆男：穿孔法による直交異方性材料の残留応力測定技術、IIC REVIEW、No.61、2019/04、pp.13-23

（2） Schajer G. S., Yang L.：Residual Stress Measurement in Orthotropic Materials Using the Hole-drilling Method, Exp. Mech., 34（4）, 1994, pp.324-333

（3） Pagliaro P., Zuccarello B.：Residual Stress Analysis of Orthotropic Materials by the Through-hole Drilling Method, Exp. Mech., 47, 2008, pp.217-236

（4） ASTM E837-13a：Standard Test Method for Determining Residual Stresses by the Hole-Drilling Strain-Gauge Method, 2013

（5） 株式会社東京測器研究所（TML）の技術資料

（6） Schajer G. S.：Use of Displacement Data to Calculate Strain Gauge Response in Non-Uniform Strain Fields, Strain, 29（1）, 1993, pp.9-13

（7） Timoshenko S. and Goodier J. N.：Theory of Elasticity, 2nd edition, 1951,（McGraw-Hill, New York）

（8） Saint-Venant：Mém. Savants étrangers, Vol.14, 1855

フェロー　博士（工学）、技術士（機械部門）、環境計量士（騒音・振動関係）、一般計量士、JSNDIひずみ測定・レベル3
明星大学理工学部非常勤講師
三上 隆男
TEL. 03-6404-6583
FAX. 03-6404-6044

計測事業部　計測技術部
磯子グループ　次長
計算力学技術者1級（固体部門）
前田 朝樹
TEL. 045-759-2127
FAX. 045-759-2534

計測事業部　計測技術部
福浦グループ
郡　亜美
TEL. 045-791-3518
FAX. 045-791-3542